ABSTRAK

SIMULASI MONTE CARLO DALAM PENENTUAN HARGA OPSI BARRIER

Djaffar Lessy, Dosen Pendidikan Matematika
Fakultas Tarbiyah dan Keguruan, IAIN Ambon
081343357498, E-mail: Djefles79@yahoo.com

Opsi yang terdapat pada pasar keuangan ada bermacam-macam, antara lain : opsi Amerika, opsi Eropa, dan juga opsi eksotik seperti opsi barrier, opsi Asia, dan lain-lain. Banyak model telah ditemukan untuk menentukan harga opsi-opsi tersebut. Untuk opsi barrier, dapat ditentukan salah satunya dengan simulasi Monte Carlo. Simulasi Monte Carlo digunakan untuk menaksir interval harga opsi barrier, yang mana harga opsi barrier diprediksi berada pada interval tersebut.

Kata kunci : simulasi Monte Carlo, Opsi Barrier.

PENDAHULUAN

Opsi adalah suatu kontrak antara *writer* dan *holder* yang memberikan hak, bukan kewajiban kepada *holder* untuk membeli atau menjual suatu aset pokok (*underlying asset*) dengan suatu harga tertentu (*strike price* atau *exercise price*) pada suatu waktu tertentu dimasa akan datang (*expiration date* atau *maturity time*). Opsi yang terdapat pada pasar keuangan ada bermacam-macam seperti opsi Amerika, opsi Eropa, ada juga opsi eksotik (*exotic option*) atau *path dependent option* seperti opsi barrier, opsi Asia, dan lain-lain. Hal menarik dalam masalah opsi adalah menentukan harga yang pantas dibayar oleh *holder* kepada *writer* saat *holder* membeli sebuah opsi dari *writer*.

Banyak model telah ditemukan untuk menentukan harga bermacam-macam opsi. Untuk menentukan harga opsi barrier dapat menggunakan beberapa model tersebut, salah satunya dengan simulasi Monte Carlo. Simulasi *monte carlo* adalah salah satu model yang digunakan untuk menentukan harga opsi dengan menaksir interval harga opsi, yang mana harga opsi diprediksi berada pada interval tersebut.

Dalam tulisan ini, penulis akan mengkaji tentang penentuan harga opsi barrier dengan menggunakan simulasi Monte Carlo.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Opsi Barrier

Opsi merupakan suatu surat berharga yang dapat diperdagangkan, nilainya tergantung pada suatu nilai dari aset pokok (*underlying asset*). Pada sembarang opsi, terdapat dua pihak yang terlibat, yaitu *holder* (pihak yang memegang opsi) dan *writer* (pihak yang menerbitkan opsi).

Opsi dapat dikelompokkan menjadi dua kategori utama berdasarkan hak pemilik opsi, yaitu opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *call* adalah opsi untuk **membeli** sedangkan opsi *put* adalah opsi untuk **menjual.** Sebuah opsi *call* memberikan hak, bukan kewajiban, kepada pemiliknya (*holder*) untuk membeli sebuah aset dari *writer* dengan harga yang telah disepakati (*strike price* atau *exercise price*), dan hak tersebut berakhir pada waktu yang telah ditentukan (*expiration date* atau *maturity time*). Sedangkan opsi *put* memberikan hak, bukan kewajiban, kepada pemiliknya (*holder*) untuk menjual sebuah aset kepada *writer* dengan harga yang telah disepakati (*strike price* atau *exercise price*), dan hak tersebut berakhir pada waktu yang telah ditentukan (*expiration date* atau *maturity time*).[1]

Opsi *barrier* termasuk dalam jenis *path dependent option*, yaitu opsi yang nilainya bergantung dari perjalanan harga aset. Opsi *barrier* merupakan suatu opsi dimana *payoff*-nya bergantung pada apakah harga aset melewati *barrier* atau tidak, selama masa hidup opsi.

Opsi *barrier* terbagi atas beberapa jenis, yaitu :

1. *Down-and-out*

   Opsi ini 'hidup' selama harga aset belum menyentuh nilai *barrier*, dengan $S_0 > B$, pada selang waktu $[0,T]$. Jika barrier tidak pernah dilewati maka *payoff*-nya seperti *payoff* opsi Eropa, $\max(S(T)-K,0)$ untuk opsi *call* dan $\max(K-S(T),0)$ untuk opsi *put*.

2. *Down-and-in*

   Opsi ini 'hidup' hanya setelah harga aset menyentuh nilai *barrier*, dengan $S_0 > B$, pada selang waktu $[0,T]$. Jika *barrier* pernah dilewati maka *payoff*-

[1] John C. Hull. *Options, Futures, And Other Derivatives*. (New Jersey : Pearson Derivatives, 2006), hlm. 6.

nya seperti *payoff* opsi Eropa, $\max(S(T) - K, 0)$ untuk opsi *call* dan $\max(K - S(T), 0)$ untuk opsi *put*.

3. *Up-and-out*

   Opsi ini 'hidup' selama harga aset belum menyentuh nilai *barrier*, dengan $S_0 < B$, pada selang waktu $[0, T]$. Jika *barrier* tidak pernah dilewati maka *payoff*-nya seperti *payoff* opsi Eropa, $\max(S(T) - K, 0)$ untuk opsi *call* dan $\max(K - S(T), 0)$ untuk opsi *put*.

4. *Up-and-in*

   Opsi ini 'hidup' hanya setelah harga aset menyentuh nilai *barrier*, dengan $S_0 < B$, pada selang waktu $[0, T]$. Jika *barrier* pernah dilewati maka *payoff*-nya seperti *payoff* opsi Eropa, $\max(S(T) - K, 0)$ untuk opsi *call* dan $\max(K - S(T), 0)$ untuk opsi *put*.[2]

Diberikan hubungan antara opsi *barrier down-and-in* dan *down-and-out*, dan juga opsi *barrier up-and-in* dan *up-and-out*, yaitu sebagai berikut :[3]

in + *out* = *European*

Hubungan ini berlaku untuk opsi *call* maupun opsi *put*.

2. Simulasi Monte Carlo

Metode Monte Carlo pada dasarnya digunakan sebagai prosedur numerik untuk menaksir nilai ekspektasi dari suatu peubah acak sehingga metoda ini dapat digunakan untuk permasalahan *pricing product derivative* jika direpresentasikan sebagai nilai ekspektasinya. Prosedur simulasi melibatkan *generating* dari peubah acak dengan suatu fungsi kepadatan dan dengan menggunakan *law of large number* maka rata-rata dari nilai ini dapat dinyatakan sebagai penaksir ekspektasi peubah acak tersebut. Dalam konteks penentuan harga produk derivatif, prosedur Monte Carlo terdiri dari atas langkah-langkah berikut :[4]

---

[2] Desmond J. Higham. *An Introduction to Financial Option Valuation.* (New York : Cambridge University Press, 2004), hlm. 187-188.

[3] Ibid. hlm. 189.

[4] John C. Hull. *Options, Futures, And Other Derivatives*. (New Jersey : Pearson Derivatives, 2006), hlm. 411.

1) Simulasi terhadap tiap sampel sebagai *path* dibawah variabel yang didefinisikan sebagai derivatif sehingga didapatkan harga asset dan derivatif berdasarkan distribusi *probability* yang bersifat *risk neutral*.
2) Untuk setiap sampel, periksalah nilai *discounted* dari harga derivatif.
3) Ambilah nilai rata-rata dari *discounted derivative price* untuk setiap sampel.

Misalkan *X* peubah acak dengan ekspektasi *E(X)* = *a* dan *Var (X)* = b^2 yang nilainya belum diketahui. $X_1, X_2, \dots, X_m$ adalah barisan peubah acak yang berdistribusi identik dengan *X*, maka penaksir tak bias untuk *a* adalah

$$a_M = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} X_i$$

dan penaksir tak bias untuk b^2 adalah

$$b_M^2 = \frac{1}{1-M}\sum_{i=1}^{M} (X_i - a_M)^2$$

Berdasarkan teorema limit pusat untuk $M \to \infty$ berlaku

$$\frac{\sum_{i=1}^{M} X_i - Ma}{b\sqrt{M}} \sim N(0,1)$$

Akibatnya

$$\frac{\sum_{i=1}^{M} X_i - a}{b\sqrt{M}} \sim N(0,1)$$

atau

$$\frac{a_M - a}{b\sqrt{M}} \sim N(0,1)$$

Akan didapatkan taksiran interval untuk *a*. Perhatikan

$$P\left(\left|\frac{a_M - a}{b\sqrt{M}}\right| \le 1.96\right) = 0.95$$

$$P\left(-1.96 \le \left|\frac{a_M - a}{b\sqrt{M}}\right| \le 1.96\right) = 0.95$$

$$P\left(a_M - 1.96\frac{b}{\sqrt{M}} \le a \le a_M + 1.96\frac{b}{\sqrt{M}}\right) = 0.95$$

dengan mengambil $b \approx b_M$, maka

$$P\left(a_M - 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}} \leq a \leq a_M + 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}}\right) = 0.95$$

Sehingga diperoleh selang kepercayaan 95 % untuk *a* adalah $[a_M - 1.96\frac{b_M}{\sqrt{M}}, a_M + 1.96\frac{b}{\sqrt{M}}]$.

Akurasi dapat diperoleh malalui dua cara yaitu memperbesar *M* sehingga memberikan waktu komputasi yang lama dan yang kedua adalah mengecilkan b_M dalam menggunakan control variabel.

Untuk opsi Call Eropa

$$C = e^{-rT}E(maks(S(T) - K), 0)$$

Untuk opsi Put Eropa

$$P = e^{-rT}E(maks(K - S(T)), 0)$$

Dengan model pergerakan harga saham

$$S(T) = S_0 e^{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}z} \quad \text{dengan } Z\sim N(0,1)$$

Kita cari ekspektasi dari peubah acak

$$e^{-rT}maks\{S_0 e^{\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T+\sigma\sqrt{T}z} - K, 0\}$$

Simulasi Monte Carlo untuk Menentukan Opsi Barrier

Barrier option memiliki payoff yang dapat ‘hidup’ atau ‘mati’ tergantung kepada batasan asset yang didefinisikan. *H =H (t,S)* adalah nilai pada asset *S* (tanpa deviden) saat *t* dengan tingkat suku bunga sebesar *r*, maturity time *T* , dan volatility σ. Nilai opsi ini akan menjadi nol ketika harga aset menyentuh batasan yang didefinisikan. Berdasarkan posisi batasannya, Barrier option terdiri dari Barrrier up dan Barrier down, dengan *C*(*S*,*T*) adalah harga call pada saat maturity time, maka payoff untuk opsi barrier adalah :

- Barrier up (B > S_0)

Nilai payoof untuk Barrier up terbagi dua yaitu Barrier up up and in

1. Untuk Barrier up and out
    - *C* (*S*,*T*) = max {*S(T)* – *K*, 0} jika $S \leq B$

- C (S,T) = 0 jika $S > B$ untuk suatu $t \in [0,T]$

2. Untuk Barrier up and in
    - C (S,T) = 0 jika $S \leq B$
    - C (S,T) = max $\{S(T) - K, 0\}$ jika $S > B$ untuk suatu $t \in [0,T]$

- Barrier down ($B < S_0$)

Nilai payoff untuk Barrier down juga terbagi dua yaitu Barrier down and out dan Barrier down and in

1. Untuk Barrier down and out
    - C (S,T) = 0 jika $S < B$ untuk suatu $t \in [0,T]$
    - C (S,T) = max $\{S(T) - K, 0\}$ jika $S \geq B$
2. Untuk Barrier down and in
    - C (S,T) = max $\{S(T) - K, 0\}$ jika $S < B$ untuk suatu $t \in [0,T]$
    - C (S,T) = 0 jika $S \geq B$

Dimisalkan pembahasan kali ini memiliki barrier, yaitu H_{low} sebagai barrier bawah dan H_{up} sebagai barrier atas, maka pemisah ini dinyatakan dalam $X = \frac{\ln\left(\frac{S}{S_0}\right)}{\sigma}$ akan didapatkan nilai batasan untuk persamaan differensial parsial $\frac{\partial V}{\partial \tau} = \gamma \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$ adalah

$X_{min} = \frac{\ln\left(\frac{H_{low}}{S_0}\right)}{\sigma}$ bersesuaian dengan barrier bawah,

$X_{max} = \frac{\ln\left(\frac{H_{up}}{S_0}\right)}{\sigma}$ bersesuaian dengan barrier atas.

Untuk jenis opsi barrier *out*, harga opsi akan bernilai nol apabila $S = H_{low}$ atau $S = H_{up}$ sehingga untuk persamaan differensial $\frac{\partial V}{\partial \tau} = \gamma \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$ terpenuhi

$V(\tau, X_{min}) = 0$

Ukan $V(\tau, X_{max}) = 0$

Nilai ini merupakan syarat batas untuk persamaan $\frac{\partial V}{\partial \tau} = \gamma \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$. Sedangkan syarat awal untuk persamaan $\frac{\partial V}{\partial \tau} = \gamma \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}$ adalah nilai V ketika $\tau = 0$, harga opsi pada saat maturity time, yaitu :

$V = (0, X) = \max(S_0 e^{\sigma X} - K, 0)$ untuk opsi call,

$V = (0, X) = \max(K - S_0 e^{\sigma X}, 0)$ untuk opsi put.

Algoritma Penentuan Harga Opsi Barrier dengan Simulasi Monte Carlo

Dalam menentukan selang kepercayaan harga opsi, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Input data yang dibutuhkan, yaitu :

   M = banyaknya iterasi

   N = banyaknya hari perdagangan saham dalam 1 tahun

   n = time to maturity

   r = interest rate

   sigma = volatility

   T = n/N

   So = harga saham awal

   K = strike price

   B = Barrier
2. Definisikan $\mu = r$, kemudian hitung mean dan standart deviasi dari $N(\mu, sigma^2)$
3. Memilih opsi apa yang digunakan apakah opsi put atau opsi call
4. Hitung payoff opsi barrier
5. Hitung mean dan standar deviasi dari harga opsi yang diperoleh
6. Buat selang kepercayaan harga opsi sebesar 95 %

Hasil Simulasi Monte Carlo untuk Opsi Barrier

Simulasi dilakukan dengan bantuan program MATLAB. Hasil simulasi dengan nilai parameter yang diinput adalah sebagai berikut :

Opsi Call

- Barrier Up

Untuk So = 98, K = 95, $\sigma = 0.5$, r = 0.06, T = 25, N= 252, n = 30, B = 120.

M	Mean out	SK out	Mean in	SK in
10	1.5332	[-0.74174 3.8082]	8.1796	[-1.4115 17.7708]
100	3.0341	[1.9555 4.1126]	4.27	[2.3121 6.228]
1000	3.1363	[2.7857 3.487]	5.3299	[4.5661 6.0937]
10000	3.4157	[3.3008 3.5306]	5.2599	[5.0193 5.5005]

- Barrier Down

Untuk So = 98, K = 95, $\sigma = 0.5$, r = 0.06, T = 25, N= 252, n = 30, B = 90.

M	Mean out	SK out	Mean in	SK in
10	7.0012	[-0.62837 14.6307]	0.2434	[-0.1771 0.66394]
100	7.2630	[4.8397 9.6863]	1.6879	[0.77261 2.6032]
1000	7.2746	[6.5293 8.0199]	1.3203	[1.0619 1.5788]
10000	7.5399	[7.2974 7.7824]	1.3105	[1.3105 1.3975]

Opsi Put

- Barrier Up

Untuk So = 98, K = 115, $\sigma = 0.5$, r = 0.06, T = 25, N= 252, n = 30, B = 120.

M	Mean out	SK out	Mean in	SK in
10	21.8002	[11.9054 31.695]	1.3690	[-1.3143 4.0523]
100	16.2843	[13.5659 19.0026]	0.2459	[-0.02883 0.52057]
1000	17.3911	[16.5386 18.2436]	0.3780	[0.2376 0.51831]
10000	17.5091	[17.2337 17.7845]	0.3903	[0.34532 0.43535]

- Barrier Down

Untuk So = 98, K = 115, $\sigma = 0.5$, r = 0.06, T = 25, N= 252, n = 30, B = 90.

M	Mean out	SK out	Mean in	SK in
10	1.9122	[-0.62145 4.4459]	11.0030	[2.1625 19.8435]

100	4.2697	[2.9586 5.5808]	14.1218	[10.9531 17.2904]
1000	3.4690	[3.0726 3.8655]	14.5499	[13.5664 15.5335]
10000	3.2069	[3.0868 3.327]	14.7679	[14.4596 15.0762]

Hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin besar nilai M (banyaknya langkah), semakin memperkecil lebar selang.

KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas, ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Harga opsi barrier dapat ditentukan dengan menggunakan simulasi Monte Carlo.
2. Pada simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga opsi barrier, semakin besar banyaknya langkah (M) maka semakin memperkecil lebar selang.

DAFTAR PUSTAKA

Higham, J. Desmond (2004). *An Introduction to Financial Valuation Mathematics, Stochastics and Computation*. Cambrige University Press, New York.

Hull, John C. (2006). *Options, Futures, and Other Derivatives.* Pearson Derivatives, New Jersey.