



PROSES BERPIKIR MAHASISWA DALAM MENGHITUNG LUAS DAERAH MENGUNAKAN KONSEP INTEGRAL TENTU

***Ahmad Salatalohy**

Universitas Muhammadiyah Maluku

Abstrak

Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menghitung luas daerah menggunakan konsep integral tentu. Penelitian ini termasuk jenis penelitian kualitatif. Subjek yang digunakan dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika IAIN Ambon, yang berjumlah 3 orang. Pemilihan subjek berdasarkan teknik *purposive sampling*, yaitu karakteristik proses asimilasi dan akomodasi yang digunakan, serta kemampuan subjek dalam koneksi matematis. Teknik analisis data yang digunakan mengacu pada konsep Miles dan Huberman, yaitu meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Teknik analisis keabsahan data yang digunakan yaitu triangulasi metode. Hasil penelitian memberikan kesimpulan: 1) subjek FL dalam menghitung luas daerah, telah mengenali sebagian masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi, sedangkan sebagian lainnya belum dikenali dengan baik, sehingga subjek FL melakukan akomodasi, yaitu akomodasi masalah, akomodasi hubungan, dan akomodasi strategi, dan akomodasi tersebut dilakukan secara sempurna, sehingga subjek FL dalam menghitung luas daerah memperoleh jawaban yang sesuai (benar); 2) subjek ES dalam menghitung luas daerah, telah mengenali hampir semua masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi. Namun subjek ES sempat melakukan proses akomodasi, yaitu akomodasi hubungan ketika melakukan pemisalan, dan akomodasi yang dilakukan secara sempurna, sehingga subjek ES dalam menghitung luas daerah memperoleh jawaban benar; 3) subjek NH dalam menghitung luas daerah, telah mengenali sebagian masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi. Dan masalah lainnya belum dikenali dengan baik sehingga subjek NH melakukan akomodasi, yaitu akomodasi masalah, akomodasi hubungan, dan akomodasi strategi, namun akomodasi hubungan ketika menggambar grafik fungsi belum sempurna, sehingga subjek NH memperoleh grafik fungsi yang keliru (salah); 4) Proses berpikir subjek FL, subjek ES, dan subjek NH dalam menghitung luas daerah memiliki alur yang sama.

Kata kunci: Integral Tentu, Menghitung Luas Daerah, Proses Berpikir,

Abstract

This study aims to describe the thinking process of students in calculating the area using the integral concept of course. This research belongs to the type of qualitative research. The subjects used in this study were students of the IAIN Ambon Mathematics Education Study Program, totaling 3 people. The selection of subjects is based on purposive sampling techniques, that is, the characteristics of the assimilation process and the accommodation used, as well as the subject's ability in mathematical connections. The data analysis techniques used refer to the concept of miles and huberman, which includes data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The data validity analysis technique used is triangulation methods. The results of the study provide conclusions: 1) the FL subject in calculating the area of the area, has recognized part of the given problem so as to directly carry out the assimilation process, namely the assimilation of the problem, the assimilation of relationships, and the assimilation of the strategy, while the other part has not been well recognized, so that the subject of the FL carries out accommodation, that is, the accommodation of the problem, the accommodation of relationships, and the accommodation of the strategy, and the accommodation is carried out perfectly, so that the subject of FL in calculating the area of the area obtains the appropriate (correct) answer; 2) the subject of ES in calculating the area of the area, has recognized almost all the problems given so as to directly carry out the process of assimilation, namely the assimilation of the problem, the assimilation of relationships, and the assimilation of strategies. However, the subject of ES had time to carry out the accommodation process, that is, the accommodation of the relationship when doing the shaking, and the accommodation that was done perfectly, so that the subject of ES in calculating the area of the area obtained the correct answer; 3) the NH subject in calculating the area of the area, has recognized part of the given problem so as to directly carry out the process of assimilation, namely the assimilation of the problem, the assimilation of relationships, and the assimilation of strategies. And the other problems have not been well recognized so that the NH subject performs accommodation, namely problem accommodation, relationship accommodation, and strategic accommodation, yet relationship accommodation when drawing function graphs is rudimentary, so NH subjects obtain erroneous (incorrect) function graphs; 4) The thought processes of FL subjects, ES subjects, and NH subjects in calculating the area of the area have the same groove.

Keywords: *Integral Definite, Calculating Area Area, Thinking Process*

Info:

Korespondensi: *ahmad_salatalohy@unimku.ac.id

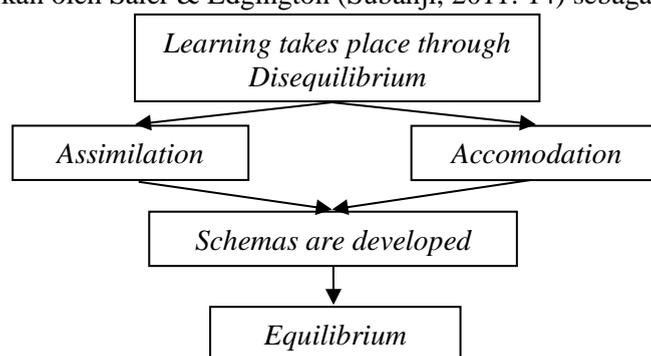
PENDAHULUAN

Berpikir merupakan aktivitas mental yang terjadi di dalam otak setiap individu. Limbach dan Waugh (Supriadi dkk, 2015: 205) mengungkapkan bahwa berpikir adalah proses kognitif yang digunakan untuk memahami lingkungan di sekitarnya, mempertanyakan asumsi sehari-hari akan mengarahkan siswa untuk solusi baru yang positif dapat mempengaruhi kualitas hidup mereka. Proses berpikir merupakan aktivitas internal yang terjadi di otak sehingga tidak dapat dilihat, namun outputnya dapat terlihat berdasarkan hasil pekerjaan yang dilakukan oleh peserta didik. Hal ini,

sebagaimana disampaikan Subanji (2011: 1), bahwa berpikir ada di dalam otak, sehingga tidak bisa dilihat, namun keluaran (*output*) dari berpikir bisa dilihat. Sejalan dengan hal tersebut, Widyastuti dkk (2013: 241) mengungkapkan bahwa proses berpikir seseorang dapat diamati melalui dua proses, yaitu asimilasi (*assimilation*) dan akomodasi (*accomodation*).

Piaget (Yani dkk, 2016: 45) mengemukakan bahwa penyaringan atau modifikasi input disebut asimilasi dan modifikasi skema internal agar sesuai dengan realitas disebut akomodasi. Selanjutnya, Blake & Pope (Yani dkk, 2016: 45) mengungkapkan bahwa asimilasi adalah proses pengintegrasian masalah yang dihadapi ke dalam struktur kognitif yang sudah ada sebelumnya, karena struktur masalah yang dihadapi sesuai dengan skema yang sudah dimiliki. Sementara akomodasi adalah proses perubahan struktur kognitif, karena struktur kognitif yang telah dimiliki belum sesuai dengan struktur masalah yang dihadapi.

Pada saat seorang siswa belajar, maka akan terjadi disequilibrium yang memunculkan proses asimilasi dan akomodasi. Dengan proses tersebut skema akan berkembang melalui proses penggabungan, perubahan atau pembentukan skema baru sampai terjadi kondisi equilibrium. Hal ini sebagaimana digambarkan oleh Saler & Edgington (Subanji, 2011: 14) sebagai berikut.



Gambar 1.1. Proses Belajar

Menurut Subanji disequilibrium merupakan proses terjadinya ketidakstabilan struktur berpikir karena adanya stimulus yang diterima, sehingga menimbulkan terjadinya asimilasi atau akomodasi, sedangkan equilibrium adalah proses terjadinya kestabilan struktur berpikir setelah terjadinya asimilasi atau akomodasi. Proses yang terjadinya mulai dari disequilibrium, asimilasi, akomodasi sampai proses equilibrium tersebut, merupakan proses adaptasi seseorang terhadap lingkungannya, (Subanji, 2011: 70).

Steiner dan Fresenberg (Retna dkk, 2013: 72) bahwa tugas pokok pendidik matematika adalah menjelaskan proses berpikir siswa dalam mempelajari matematika dengan tujuan memperbaiki pengajaran matematika di sekolah. Proses berpikir merupakan sebuah proses yang terjadi di otak, yang disebabkan oleh adanya hubungan antara neuron-neuron dalam sel otak. Seorang siswa melakukan proses berpikir ketika ia mempelajari sesuatu. Dengan kata lain, bahwa seorang siswa dalam mempelajari sesuatu dikarenakan adanya hubungan antara neuron-neuron yang ada dalam sel otaknya. Hal ini sejalan dengan pernyataan Semiawan (2017: 34), bahwa otak itu belajar apabila satu neuron dengan lain lainnya mencari hubungan dan saling tersambung (*connection*). Menurut Haylock (Diana dkk, 2017: 53), proses koneksi adalah proses berpikir dalam mengkonstruksi pengetahuan dari ide-ide matematika melalui pertumbuhan kesadaran dari hubungan antara pengalaman konkrit, bahasa, gambar dan simbol matematika. Oleh karena itu penelitian ini bukan saja melihat proses berpikir yaitu proses asimilasi dan akomodasi yang digunakan mahasiswa, namun juga mengkaji kemampuan koneksi yang dimiliki oleh mahasiswa dalam menghitung luas daerah dengan menggunakan konsep integral.

Istilah koneksi matematika atau matematis sendiri dipopulerkan oleh NCTM dan menjadi salah satu kemampuan dasar yang harus dimiliki siswa dalam pembelajaran matematika. NCTM (2000: 64) mengungkapkan bahwa ketika siswa dapat menghubungkan ide-ide matematika, pemahaman mereka

lebih dalam dan lebih tahan lama. Selanjutnya, NCTM (2000: 64) juga mengungkapkan bahwa matematika bukan kumpulan materi atau standar yang terpisah, bahkan meskipun sering dipartisi dan disajikan dengan cara lain. Hal ini menunjukkan bahwa ketika matematika diajarkan secara kesinambungan, atau dengan memperhatikan hubungan antara konsep yang diajarkan sebelumnya dengan yang diajarkan sekarang, maka pemahaman siswa akan lebih bertahan lama.

NCTM (2000: 64), mengungkapkan bahwa program instruksional untuk tingkat TK sampai 12 memungkinkan semua siswa harus: a. Mengenali dan menggunakan hubungan di antara ide-ide matematika; b. Memahami bagaimana ide-ide matematika saling berhubungan dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan keseluruhan yang koheren; dan c. Mengenali dan menerapkan matematika dalam konteks di luar matematika. Penelitian yang dilakukan oleh Diana dkk (2017), diperoleh bahwa siswa kurang mampu menghubungkan beberapa informasi yang telah ditranslasikan dengan mengaplikasikan materi aljabar, materi luas bangun datar, materi keliling bangun datar, materi operasi bilangan bulat.

Berdasarkan hal-hal di atas dapat diketahui bahwa gambaran mengenai proses berpikir mahasiswa dalam menghitung luas daerah seharusnya dicermati sebagai salah satu bahan acuan untuk melakukan perbaikan, perencanaan, maupun pelaksanaan pembelajaran. Oleh karena itu, untuk mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menghitung luas daerah, maka digunakan karakteristik proses asimilasi dan akomodasi yang diadaptasi dari karakteristik proses asimilasi dan akomodasi yang telah dikembangkan oleh Subanji (2011: 58), sebagaimana disajikan tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1. Karakteristik Proses Berpikir Asimilasi dan Akomodasi Mahasiswa
Dalam Menghitung Luas Daerah

Indikator Koneksi Internal Matematis	Komponen Proses Berpikir	Jabaran Komponen Proses Berpikir	Perilaku
<ul style="list-style-type: none"> o Mengenali hubungan antar materi matematika dalam integral tentu o Memahami hubungan antar materi matematika dalam integral tentu o Menggunakan hubungan antar materi matematika dalam integral tentu untuk proses penyelesaian masalah. 	Asimilasi	Masalah	<p>Mahasiswa secara langsung menyebut atau menunjukkan masalah yang diajukan, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> o Masalah yang dimaksudkan adalah menghitung luas daerah dengan fungsi $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$, ruas sumbu x, dan garis $x = 2$ o Menentukan daerah arsiran yang berada di atas sumbu x dengan batas -1 dan 1 dan daerah arsiran yang berada di bawah sumbu x dengan batas 1 dan 2; o Melakukan penyelesaian menggunakan aturan pangkat, teorema dasar, dan sifat operasi bilangan, sehingga memperoleh luas untuk daerah arsiran di atas sumbu x adalah 4, dan luas untuk daerah arsiran di bawah sumbu x adalah $\frac{7}{4}$. o Melakukan operasi hitung untuk memperoleh keseluruhan luas daerah arsiran adalah $\frac{23}{4}$ atau $5\frac{3}{4}$
		Hubungan	<p>Mahasiswa langsung menyebut atau menunjukkan hubungan antar kejadian, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> o Melakukan pemisalan dan substitusi

			<p>menggunakan fungsi $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$, ruas sumbu x, dan garis $x = 2$, sehingga memperoleh titik-titik koordinat yaitu $(-1,0)$, $(0,3)$, $(1,0)$, $(2,-3)$, dan $(3,0)$;</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Menggambar grafik fungsi, dengan mencari titik-titik koordinat, menentukan letak titik-titik koordinat pada bidang, dan menghubungkan titik-titik koordinat menggunakan garis kurva. ○ Menjumlahkan kedua luas daerah arsiran, yaitu 4 dan $\frac{7}{4}$ menggunakan sifat operasi bilangan untuk memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran.
		Strategi	<p>Mahasiswa memilih secara langsung strategi yang sesuai, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Bentuk integral tentu untuk mencari luas daerah arsiran di atas sumbu x adalah $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 3) dx$ ○ Bentuk integral tentu untuk mencari luas daerah arsiran di bawah sumbu x adalah $- \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 3) dx$
	Akomodasi	Masalah	<p>Mahasiswa mempertanyakan atau mencari hakikat masalah, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Masalah apa yang dihadapi serta apa yang diketahui dari masalah yang diberikan? ○ Dimanakah letak daerah arsiran yang tepat? ○ Cara apakah yang tepat yang digunakan untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi? ○ Bagaimanakah cara untuk memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran?
		Hubungan	<p>Mahasiswa mempertanyakan atau mencari hubungan antar kejadian, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Bagaimanakah cara melakukan pemisalan dan substitusi? ○ Bagaimanakah cara untuk menggambar grafik yang tepat? ○ Bagaimanakah cara menghitung total luas daerah jika diketahui daerah arsiran berada di atas dan di bawah sumbu x?

		Strategi	<p>Mahasiswa mempertanyakan atau mencari strategi pemecahan mana yang sesuai dengan masalah yang diberikan, seperti:</p> <ul style="list-style-type: none"> o Bagaimanakah bentuk integral tentu untuk menghitung luas daerah arsiran yang berada di atas sumbu x? o Bagaimanakah bentuk umum integral tentu yang digunakan untuk menghitung luas daerah arsiran yang berada di bawah sumbu x?
--	--	----------	--

Dalam menghitung luas daerah tersebut, ketika subjek dapat menyelesaikannya secara langsung tanpa adanya keraguan, maka pada kondisi ini subjek melakukan proses asimilasi. Dan ketika ragu terhadap hasil penyelesaiannya, kemudian subjek melakukan refleksi sehingga terjadinya perbaikan, maka pada kondisi ini subjek mengalami kondisi ketidakseimbangan (*disequilibrium*) sehingga melakukan proses akomodasi sebagaimana tampak pada perilaku yang muncul pada tabel 1.1. Setelah subjek menghitung luas daerah menggunakan proses asimilasi ataupun akomodasi tersebut, jika hasil yang diperoleh masih terdapat kekeliruan, maka pada kondisi ini dapat dikatakan bahwa subjek melakukan asimilasi dan akomodasi yang tidak lengkap (belum sempurna), (Subanji, 2011: 82). Dan kedua proses tersebut, yaitu asimilasi dan akomodasi akan berlangsung terus menerus hingga subjek mengalami keseimbangan (*equilibrium*). Oleh karena itu berdasarkan teori maupun penjelasan para ahli di atas, maka penelitian ini mencoba menggali proses asimilasi dan akomodasi disertai koneksi matematis yang terjadi, ketika mahasiswa menghitung luas daerah menggunakan konsep integral tentu.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah kualitatif (*qualitative research*) bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menghitung luas daerah berdasarkan karakteristik proses asimilasi dan akomodasi yang dikembangkan oleh Subanji (2011).

Subjek Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan pada mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika IAIN Ambon yang telah menempuh atau telah lulus pada mata kuliah kalkulus integral. Subjek pada penelitian ini diambil menggunakan teknik *purposive sampling*, yaitu dengan memperhatikan karakteristik proses asimilasi dan akomodasi, serta proses koneksi yang dilakukan mahasiswa ketika menghitung luas daerah menggunakan konsep integral tentu yang berjumlah 3 orang, yaitu subjek FL, subjek ES, dan subjek NH.

Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan berupa soal tes yang berjumlah 2 butir soal, sedangkan untuk wawancara menggunakan pedoman wawancara, yang mengandung pertanyaan sederhana dan akan berkembang ketika proses elaborasi dan penggalan informasi kepada

setiap subjek. Sedangkan dokumentasi dan rekaman gambar/video menggunakan handycam/ Hp kamera, untuk mengetahui ekspresi dan hasil percakapan subjek secara detail.

Teknik Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan pada penelitian ini adalah tes, wawancara dan dokumentasi. Tes yang digunakan berupa tes tertulis berbentuk uraian. Sebelum tes dilakukan terlebih dahulu peneliti menjelaskan teknik *think alouds* yang digunakan. Wawancara yang digunakan merupakan wawancara secara langsung dengan jenis tidak terstruktur. Wawancara dilakukan setelah subjek menyelesaikan tes yang diberikan. Wawancara yang dilakukan sekaligus sebagai bagian proses refleksi terhadap hasil penyelesaian yang telah dilakukan subjek sebelumnya. Setelah wawancara dilakukan, kemudian peneliti menyajikan hasil wawancara tersebut ke dalam bentuk transkrip wawancara, dengan tujuan untuk mempermudah peneliti ketika melakukan proses analisis. Dan Dokumentasi yang digunakan pada penelitian ini berbentuk audio visual. Instrumen yang digunakan yaitu *handycam* dan *Handphone* Berkamera.

Teknik Analisis Data

Teknik analisis data yang digunakan pada penelitian ini menggunakan model sebagaimana dikemukakan Miles & Huberman (Sugiyono, 2018: 337), yaitu meliputi reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan. Untuk mempermudah proses penyimpulan, maka peneliti menggunakan pengkodean sebagai berikut.

Tabel 1. Pengkodean Komponen Proses Berpikir

Istilah	Koding
Masalah yang dikaji	Mas
Hubungan antara masalah	Hub
Strategi yang digunakan untuk memecahkan masalah	Stra
Asimilasi masalah	As(Mas)
Asimilasi hubungan	As(Hub)
Asimilasi strategi	As(Stra)
Akomodasi masalah	Ako(Mas)
Akomodasi hubungan	Ako(Hub)
Akomodasi strategi	Ako(Stra)
Disequilibrasi	Deq
Equilibrasi	Equ

Selanjutnya, untuk mengetahui keabsahan data pada penelitian ini maka menggunakan triangulasi metode, yaitu dengan menggunakan jawaban hasil tes, transkrip hasil *think alouds*, dan transkrip hasil wawancara secara bersama-sama ketika menganalisis proses berpikir mahasiswa dalam menghitung luas daerah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses asimilasi dan akomodasi yang dilakukan subjek FL, subjek ES, dan subjek NH dalam menghitung luas daerah sebagaimana dimaksud pada gambar 4.1 berikut.

Carilah luas daerah R yang dibatasi oleh fungsi $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$, ruas sumbu x , dan oleh garis $x = 2$.

Gambar 1. Soal Penelitian

Berdasarkan hasil penelitian, proses berpikir ketiga subjek dalam menghitung luas daerah (gambar 4.1) dibagi menjadi dua, yaitu 1) proses asimilasi dan akomodasi subjek FL, subjek ES, dan subjek NH dalam menghitung luas daerah, 2) proses koneksi subjek FL, subjek ES, dan subjek NH dalam menghitung luas daerah, sebagaimana penjelasan berikut.

Terjadinya proses berpikir asimilasi dan akomodasi subjek FL dalam menghitung luas daerah

Terjadinya proses berpikir subjek FL dalam menghitung luas daerah, dapat diketahui dari jawaban hasil penyelesaian subjek FL sebagaimana gambar 2 berikut.

LEMBAR JAWABAN TES

Nama: Fatmawati Laitupa

Jawaban:

$y = x^3 - 3x^2 - x + 3$
 Sumbu x dan $x = 2$.

$x = 0$	$y = 3$
$x = 1$	$y = 0$
$x = 2$	$y = -3$
$x = -1$	$y = 0$
$x = 3$	$y = 0$
$x = 4$	$y = 15$

$L_1 = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$
 $= \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x \right]_0^1$
 $= \left[\left(\frac{1^4}{4} - 1^3 - \frac{1^2}{2} + 3(1) \right) - \left(\frac{0^4}{4} - 0^3 - \frac{0^2}{2} + 3(0) \right) \right]$
 $= \left[\left(\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{2} + 3 \right) - \left(\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{2} + 3 \right) \right]$
 $= \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4} - \frac{2}{4} + \frac{12}{4} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4} - \frac{2}{4} + \frac{12}{4} \right) \right]$
 $= \left[\left(\frac{-3}{4} + \frac{10}{4} \right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{10}{4} \right) \right]$
 $= \left[\left(\frac{7}{4} + \frac{3}{4} \right) \right]$
 $= \left[\frac{10}{4} \right]$

$L_2 = \int_1^2 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$
 $= \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x \right]_1^2$
 $= - \left[\left(\frac{2^4}{4} - 2^3 - \frac{2^2}{2} + 3(2) \right) - \left(\frac{1^4}{4} - 1^3 - \frac{1^2}{2} + 3(1) \right) \right]$
 $= - \left[\left(\frac{16}{4} - 8 - \frac{4}{2} + 6 \right) - \left(\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{2} + 3 \right) \right]$
 $= - \left[\left(\frac{16}{4} - \frac{32}{4} - \frac{4}{2} + \frac{12}{2} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{4} - \frac{1}{2} + \frac{6}{2} \right) \right]$
 $= - \left[\left(\frac{-16}{4} + \frac{8}{2} \right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{6}{2} \right) \right]$
 $= - \left[\left(\frac{-16}{4} + \frac{16}{4} \right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{12}{4} \right) \right]$
 $= - \left[(0) - \left(\frac{9}{4} \right) \right]$
 $= - \left[-\frac{9}{4} \right]$
 $= \frac{9}{4}$

$y = L_1 + L_2$
 $= \frac{10}{4} + \frac{9}{4}$
 $= \frac{19}{4}$
 $= 4 \frac{3}{4}$

Gambar 2. Hasil Penyelesaian Masalah Luas Daerah Subjek FL

Dalam menghitung luas daerah sebagaimana tampak pada gambar 2, proses awal yang dilakukan oleh subjek FL adalah dengan mendaftarkan informasi-informasi yang diketahui dari masalah. Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam mendaftarkan informasi-informasi tersebut, subjek FL melakukannya secara langsung tanpa adanya keraguan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek FL melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah (As(Mas)) ketika mendaftarkan informasi-informasi tersebut.

Selanjutnya subjek FL melakukan proses pemisalan dan substitusi. Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam melakukan proses pemisalan dan substitusi tersebut, subjek FL awalnya melakukan secara langsung tanpa menyadari adanya kekeliruan yang dilakukan, namun setelah diberikan kesempatan refleksi kemudian subjek FL menyadari kekeliruan tersebut dan melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya, sehingga memperoleh jawaban yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam melakukan proses pemisalan dan substitusi, sebelum refleksi subjek FL melakukan proses asimilasi yaitu asimilasi hubungan (As(Hub)), namun asimilasi yang dilakukan belum sempurna. Kemudian, setelah refleksi subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi hubungan (Ako(Hub)).

Selanjutnya subjek FL menggambar grafik fungsi. Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menggambar grafik fungsi tersebut, subjek FL awalnya melakukan secara langsung tanpa menyadari adanya kekeliruan yang dilakukan, namun setelah diberikan kesempatan refleksi kemudian subjek FL menyadari kekeliruan tersebut dan melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya, sehingga memperoleh gambar yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam dalam menggambar grafik fungsi, sebelum refleksi subjek FL melakukan proses asimilasi yaitu asimilasi hubungan (As(Hub)), namun asimilasi yang dilakukan belum sempurna. Kemudian, setelah refleksi subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi hubungan (Ako(Hub)).

Selanjutnya subjek FL mengarsir daerah pada grafik fungsi. Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam mengarsir daerah pada grafik fungsi tersebut, subjek FL mengawali dengan mengarsir daerah di atas sumbu x dengan interval $[-1,1]$ dan daerah di bawah sumbu x dengan interval $[1,3]$ secara langsung. Pada saat melakukan refleksi langsung, subjek FL menyadari bahwa daerah arsiran di bawah sumbu x dibatasi oleh garis $x = 2$ kemudian melakukan perbaikan, namun daerah arsiran yang diperoleh belumlah sesuai, dikarenakan grafik yang dihasilkan sebelumnya belum sempurna, dan subjek FL tidak menyadari kekeliruan tersebut. Setelah diberikan kesempatan refleksi kemudian subjek FL menyadari kekeliruan tersebut dan melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya, sehingga memperoleh daerah arsiran yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam mengarsir daerah pada grafik fungsi untuk daerah di atas sumbu x , sebelum refleksi subjek FL melakukan proses asimilasi yaitu asimilasi masalah (As(Mas)), sedangkan untuk daerah di bawah sumbu x , subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq) sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)), namun akomodasi yang dilakukan belum sempurna. Kemudian, setelah diberikan kesempatan refleksi lagi, subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)).

Selanjutnya subjek FL menentukan bentuk integral, untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menuliskan bentuk integral tersebut, subjek FL mengawali dengan menggunakan fungsi $y(x^3 - 3x^2 - x + 3x)$. Pada saat melakukan refleksi langsung, subjek FL menyadari bahwa fungsi tersebut adalah keliru kemudian melakukan perbaikan dengan mencoret variabel x pada suku $3x$, sehingga memperoleh fungsi $y(x^3 -$

$3x^2 - x + 3$), namun fungsi tersebut masih keliru, dikarenakan fungsi yang sebenarnya adalah $x^3 - 3x^2 - x + 3$, dan subjek FL menyadari kekeliruan tersebut. Setelah diberikan kesempatan refleksi, kemudian subjek FL menyadari kekeliruan tersebut dan melakukan perbaikan terhadap bentuk integralnya tersebut, sehingga memperoleh bentuk integral yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah di atas sumbu x , sebelum refleksi subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq) sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi strategi (Ako(Stra)), namun akomodasi yang dilakukan belum sempurna. Kemudian, setelah diberikan kesempatan refleksi, subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi strategi (Ako(Stra)).

Selanjutnya subjek FL melakukan proses penyelesaian untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam melakukan penyelesaian, subjek FL mengawali dengan menggunakan aturan pangkat kemudian dilanjutkan dengan menggunakan teorema dasar kalkulus, sehingga memperoleh jawaban penyelesaian adalah 2, namun jawaban tersebut keliru. Setelah hasil tersebut diperoleh, kemudian subjek FL melakukan refleksi dan menyadari bahwa adanya kekeliruan yang dilakukan ketika melakukan operasi bilangan. Selanjutnya subjek FL melakukan operasi bilangan ulang terhadap penyelesaian yang dilakukan sebelumnya sehingga memperoleh jawaban penyelesaian yang benar yaitu 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di atas sumbu x subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek FL tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga subjek FL telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di atas sumbu x adalah 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek FL telah mengalami equilibrium (Equ) untuk luas daerah arsiran di atas sumbu x .

Selanjutnya subjek FL menentukan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x . Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menuliskan bentuk integral tersebut, subjek FL secara langsung menggunakan fungsi $y(x^3 - 3x^2 - x + x)$, sehingga bentuk integral yang diperoleh masih keliru, namun subjek FL tidak menyadari kekeliruan tersebut. Setelah diberikan kesempatan refleksi, kemudian subjek FL menyadari kekeliruan tersebut dan melakukan perbaikan terhadap bentuk integralnya sebelumnya, sehingga memperoleh bentuk integral yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah di bawah sumbu x , sebelum refleksi subjek FL melakukan secara asimilasi yaitu asimilasi strategi (As(Stra)), namun asimilasi yang dilakukan belum sempurna. Kemudian, setelah diberikan kesempatan refleksi, subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi strategi (Ako(Stra)).

Selanjutnya subjek FL melakukan penyelesaian untuk daerah arsiran di bawah sumbu x . Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa adanya kekeliruan, namun subjek FL secara langsung melakukan refleksi sehingga menyadari bahwa adanya kekeliruan pada hasil operasi bilangan di atas. Kemudian subjek FL melakukan perbaikan terhadap proses penyelesaiannya, sehingga memperoleh jawaban yang benar yaitu $\frac{7}{4}$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di bawah sumbu x subjek FL mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek FL tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga

subjek FL telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di atas sumbu x adalah $\frac{7}{4}$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek FL telah mengalami equilibrasi (Equ) untuk luas daerah arsiran di bawah sumbu x .

Selanjutnya subjek FL melakukan operasi hitung untuk memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran. Berdasarkan gambar 2 dan hasil analisis, diketahui bahwa subjek FL menggunakan pemisalan, yaitu y sebagai luas keseluruhan, L_1 sebagai luas daerah di atas sumbu x , dan L_2 untuk luas daerah di bawah sumbu x . Kemudian subjek FL mensubstitusikan kedua luas yang ada ke dalam rumus yang telah dibentuk, dan dilanjutkan dengan melakukan proses operasi bilangan sehingga memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran yaitu $\frac{23}{4}$ atau $5\frac{3}{4}$. Dalam melakukan operasi penjumlahan tersebut, subjek FL melakukannya secara langsung tanpa adanya keraguan menggunakan asimilasi, yaitu asimilasi hubungan (As(Hub)). Setelah memperoleh hasil tersebut, kemudian subjek FL tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan terhadap jawabannya. Hal ini karena jawaban yang diperoleh telah sesuai (benar). Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek FL telah mengalami equilibrasi (Equ) dalam menyelesaikan masalah luas daerah di atas. Berdasarkan penjelasan terjadinya proses berpikir oleh subjek FL di atas, diketahui bahwa subjek FL mampu mengenali beberapa masalah yang dihadapi, sehingga melakukan proses asimilasi, namun juga terdapat beberapa masalah yang tidak mampu dikenali oleh subjek FL, sehingga subjek FL mengalami disequilibrasi dan kemudian melakukan proses akomodasi.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh bahwa subjek FL dalam menghitung luas daerah di atas telah mengenali sebagian masalah yang dihadapi dan sebagian lagi belum dikenali secara baik. Hal ini diketahui ketika melakukan proses penyelesaian, sebagian melakukan proses asimilasi dan sebagian lagi dilakukan dengan proses akomodasi. Sebelum diberikan kesempatan refleksi subjek FL melakukan kesalahan dalam menggambar grafik fungsi, namun setelah refleksi dilakukan kemudian subjek FL mampu membenahi dan memperbaiki jawabannya, sehingga memperoleh grafik fungsi yang sesuai, dan hasil penyelesaian untuk masalah luas daerah mampu dijawab yang benar. Selain itu, subjek FL dalam menghitung luas daerah, menggunakan proses asimilasi dan juga akomodasi. Subjek FL melakukan proses asimilasi dan akomodasi secara sempurna, baik ketika menggambar grafik fungsi maupun melakukan penyelesaian menggunakan integral, hal ini mengakibatkan jawaban yang diperoleh adalah benar. Proses asimilasi dan akomodasi yang dilakukan oleh subjek FL, akan berlangsung terus menerus sampai terjadinya keseimbangan (equilibrasi). Hal ini sejalan dengan pernyataan Subanji (2011: 16), bahwa proses asimilasi dan akomodasi berlangsung sampai terjadi kondisi equilibrasi. Selain itu, dalam menghitung luas daerah tersebut, subjek FL juga mampu menghubungkan setiap proses penyelesaian menggunakan asimilasi dan akomodasi dengan baik, sehingga memperoleh jawaban yang benar. Ketika menggambar grafik fungsi subjek FL mampu menggunakan prosedur yang pernah dipelajari ketika berada di bangku sekolah maupun ketika kuliah semester sebelumnya. Selanjutnya ketika melakukan proses penyelesaian integral tentu, subjek FL juga menggunakan definisi integral, aturan pangkat, teorema dasar kalkulus, serta sifat operasi bilangan. Hal-hal tersebut dapat dilakukan dikarenakan ketiga subjek memiliki pengalaman sebelumnya yang masih tersimpan dalam memori. Hal ini sesuai dengan pernyataan NCTM (2000: 64), bahwa ketika siswa dapat menghubungkan ide-ide matematika, pemahaman mereka lebih dalam dan lebih tahan lama. Selanjutnya, NCTM (2000: 64) juga mengungkapkan bahwa matematika bukan kumpulan

materi atau standar yang terpisah, bahkan meskipun sering dipartisi dan disajikan dengan cara lain.

Terjadinya proses berpikir asimilasi dan akomodasi subjek ES dalam menghitung luas daerah

Terjadinya proses berpikir subjek ES dalam menghitung luas daerah, dapat diketahui dari jawaban hasil penyelesaian subjek ES sebagaimana gambar 3 berikut.

32

LEMBAR JAWABAN TES

Nama: ..Feni...Jarkita.....

Jawaban:

$y = x^2 - 3x^2 - x + 3$ x dan $x = 2$

$x = 0 \rightarrow y = 0^2 - 3(0)^2 - 0 + 3 = 0 - 0 - 0 + 3 = 3$

$x = 1 \rightarrow y = 1^2 - 3(1)^2 - 1 + 3 = 1 - 3 - 1 + 3 = 0$

$x = 2 \rightarrow y = 2^2 - 3(2)^2 - 2 + 3 = 4 - 12 - 2 + 3 = -8 - 2 + 3 = -4 - 2 + 3 = -6 + 3 = -3$

$x = 3 \rightarrow y = 3^2 - 3(3)^2 - 3 + 3 = 9 - 27 - 3 + 3 = -18 - 3 + 3 = -21 + 3 = -18$

$x = 4 \rightarrow y = 4^2 - 3(4)^2 - 4 + 3 = 16 - 48 - 4 + 3 = -32 - 4 + 3 = -36 + 3 = -33$

$x = 5 \rightarrow y = 5^2 - 3(5)^2 - 5 + 3 = 25 - 75 - 5 + 3 = -50 - 5 + 3 = -55 + 3 = -52$

$x = 6 \rightarrow y = 6^2 - 3(6)^2 - 6 + 3 = 36 - 108 - 6 + 3 = -72 - 6 + 3 = -78 + 3 = -75$

$x = 7 \rightarrow y = 7^2 - 3(7)^2 - 7 + 3 = 49 - 147 - 7 + 3 = -98 - 7 + 3 = -105 + 3 = -102$

$x = 8 \rightarrow y = 8^2 - 3(8)^2 - 8 + 3 = 64 - 192 - 8 + 3 = -128 - 8 + 3 = -136 + 3 = -133$

$x = 9 \rightarrow y = 9^2 - 3(9)^2 - 9 + 3 = 81 - 243 - 9 + 3 = -162 - 9 + 3 = -171 + 3 = -168$

$x = 10 \rightarrow y = 10^2 - 3(10)^2 - 10 + 3 = 100 - 300 - 10 + 3 = -200 - 10 + 3 = -210 + 3 = -207$

$x = 11 \rightarrow y = 11^2 - 3(11)^2 - 11 + 3 = 121 - 363 - 11 + 3 = -242 - 11 + 3 = -253 + 3 = -250$

$x = 12 \rightarrow y = 12^2 - 3(12)^2 - 12 + 3 = 144 - 432 - 12 + 3 = -288 - 12 + 3 = -300 + 3 = -297$

$x = 13 \rightarrow y = 13^2 - 3(13)^2 - 13 + 3 = 169 - 513 - 13 + 3 = -344 - 13 + 3 = -357 + 3 = -354$

$x = 14 \rightarrow y = 14^2 - 3(14)^2 - 14 + 3 = 196 - 600 - 14 + 3 = -404 - 14 + 3 = -418 + 3 = -415$

$x = 15 \rightarrow y = 15^2 - 3(15)^2 - 15 + 3 = 225 - 693 - 15 + 3 = -468 - 15 + 3 = -483 + 3 = -480$

$x = 16 \rightarrow y = 16^2 - 3(16)^2 - 16 + 3 = 256 - 792 - 16 + 3 = -536 - 16 + 3 = -552 + 3 = -549$

$x = 17 \rightarrow y = 17^2 - 3(17)^2 - 17 + 3 = 289 - 897 - 17 + 3 = -608 - 17 + 3 = -625 + 3 = -622$

$x = 18 \rightarrow y = 18^2 - 3(18)^2 - 18 + 3 = 324 - 1008 - 18 + 3 = -684 - 18 + 3 = -702 + 3 = -699$

$x = 19 \rightarrow y = 19^2 - 3(19)^2 - 19 + 3 = 361 - 1125 - 19 + 3 = -764 - 19 + 3 = -783 + 3 = -780$

$x = 20 \rightarrow y = 20^2 - 3(20)^2 - 20 + 3 = 400 - 1248 - 20 + 3 = -848 - 20 + 3 = -868 + 3 = -865$

$x = 21 \rightarrow y = 21^2 - 3(21)^2 - 21 + 3 = 441 - 1377 - 21 + 3 = -936 - 21 + 3 = -957 + 3 = -954$

$x = 22 \rightarrow y = 22^2 - 3(22)^2 - 22 + 3 = 484 - 1512 - 22 + 3 = -1028 - 22 + 3 = -1050 + 3 = -1047$

$x = 23 \rightarrow y = 23^2 - 3(23)^2 - 23 + 3 = 529 - 1653 - 23 + 3 = -1124 - 23 + 3 = -1147 + 3 = -1144$

$x = 24 \rightarrow y = 24^2 - 3(24)^2 - 24 + 3 = 576 - 1800 - 24 + 3 = -1224 - 24 + 3 = -1248 + 3 = -1245$

$x = 25 \rightarrow y = 25^2 - 3(25)^2 - 25 + 3 = 625 - 1950 - 25 + 3 = -1325 - 25 + 3 = -1350 + 3 = -1347$

$x = 26 \rightarrow y = 26^2 - 3(26)^2 - 26 + 3 = 676 - 2106 - 26 + 3 = -1430 - 26 + 3 = -1456 + 3 = -1453$

$x = 27 \rightarrow y = 27^2 - 3(27)^2 - 27 + 3 = 729 - 2268 - 27 + 3 = -1539 - 27 + 3 = -1566 + 3 = -1563$

$x = 28 \rightarrow y = 28^2 - 3(28)^2 - 28 + 3 = 784 - 2436 - 28 + 3 = -1652 - 28 + 3 = -1680 + 3 = -1677$

$x = 29 \rightarrow y = 29^2 - 3(29)^2 - 29 + 3 = 841 - 2613 - 29 + 3 = -1771 - 29 + 3 = -1800 + 3 = -1797$

$x = 30 \rightarrow y = 30^2 - 3(30)^2 - 30 + 3 = 900 - 2796 - 30 + 3 = -1896 - 30 + 3 = -1926 + 3 = -1923$

$x = 31 \rightarrow y = 31^2 - 3(31)^2 - 31 + 3 = 961 - 3000 - 31 + 3 = -2039 - 31 + 3 = -2070 + 3 = -2067$

$x = 32 \rightarrow y = 32^2 - 3(32)^2 - 32 + 3 = 1024 - 3216 - 32 + 3 = -2192 - 32 + 3 = -2224 + 3 = -2221$

$x = 33 \rightarrow y = 33^2 - 3(33)^2 - 33 + 3 = 1089 - 3438 - 33 + 3 = -2349 - 33 + 3 = -2381 + 3 = -2378$

$x = 34 \rightarrow y = 34^2 - 3(34)^2 - 34 + 3 = 1156 - 3666 - 34 + 3 = -2514 - 34 + 3 = -2548 + 3 = -2545$

$x = 35 \rightarrow y = 35^2 - 3(35)^2 - 35 + 3 = 1225 - 3900 - 35 + 3 = -2680 - 35 + 3 = -2715 + 3 = -2712$

$x = 36 \rightarrow y = 36^2 - 3(36)^2 - 36 + 3 = 1296 - 4140 - 36 + 3 = -2844 - 36 + 3 = -2880 + 3 = -2877$

$x = 37 \rightarrow y = 37^2 - 3(37)^2 - 37 + 3 = 1369 - 4380 - 37 + 3 = -3011 - 37 + 3 = -3045 + 3 = -3042$

$x = 38 \rightarrow y = 38^2 - 3(38)^2 - 38 + 3 = 1444 - 4626 - 38 + 3 = -3182 - 38 + 3 = -3220 + 3 = -3217$

$x = 39 \rightarrow y = 39^2 - 3(39)^2 - 39 + 3 = 1521 - 4872 - 39 + 3 = -3351 - 39 + 3 = -3390 + 3 = -3387$

$x = 40 \rightarrow y = 40^2 - 3(40)^2 - 40 + 3 = 1600 - 5120 - 40 + 3 = -3520 - 40 + 3 = -3560 + 3 = -3557$

$x = 41 \rightarrow y = 41^2 - 3(41)^2 - 41 + 3 = 1681 - 5370 - 41 + 3 = -3689 - 41 + 3 = -3730 + 3 = -3727$

$x = 42 \rightarrow y = 42^2 - 3(42)^2 - 42 + 3 = 1764 - 5628 - 42 + 3 = -3858 - 42 + 3 = -3900 + 3 = -3897$

$x = 43 \rightarrow y = 43^2 - 3(43)^2 - 43 + 3 = 1849 - 5886 - 43 + 3 = -4027 - 43 + 3 = -4070 + 3 = -4067$

$x = 44 \rightarrow y = 44^2 - 3(44)^2 - 44 + 3 = 1936 - 6144 - 44 + 3 = -4196 - 44 + 3 = -4240 + 3 = -4237$

$x = 45 \rightarrow y = 45^2 - 3(45)^2 - 45 + 3 = 2025 - 6402 - 45 + 3 = -4367 - 45 + 3 = -4410 + 3 = -4407$

$x = 46 \rightarrow y = 46^2 - 3(46)^2 - 46 + 3 = 2116 - 6660 - 46 + 3 = -4538 - 46 + 3 = -4580 + 3 = -4577$

$x = 47 \rightarrow y = 47^2 - 3(47)^2 - 47 + 3 = 2209 - 6918 - 47 + 3 = -4709 - 47 + 3 = -4750 + 3 = -4747$

$x = 48 \rightarrow y = 48^2 - 3(48)^2 - 48 + 3 = 2304 - 7176 - 48 + 3 = -4880 - 48 + 3 = -4920 + 3 = -4917$

$x = 49 \rightarrow y = 49^2 - 3(49)^2 - 49 + 3 = 2401 - 7434 - 49 + 3 = -5051 - 49 + 3 = -5100 + 3 = -5097$

$x = 50 \rightarrow y = 50^2 - 3(50)^2 - 50 + 3 = 2500 - 7692 - 50 + 3 = -5222 - 50 + 3 = -5270 + 3 = -5267$

$x = 51 \rightarrow y = 51^2 - 3(51)^2 - 51 + 3 = 2601 - 7950 - 51 + 3 = -5391 - 51 + 3 = -5440 + 3 = -5437$

$x = 52 \rightarrow y = 52^2 - 3(52)^2 - 52 + 3 = 2704 - 8208 - 52 + 3 = -5560 - 52 + 3 = -5610 + 3 = -5607$

$x = 53 \rightarrow y = 53^2 - 3(53)^2 - 53 + 3 = 2809 - 8466 - 53 + 3 = -5729 - 53 + 3 = -5780 + 3 = -5777$

$x = 54 \rightarrow y = 54^2 - 3(54)^2 - 54 + 3 = 2916 - 8724 - 54 + 3 = -5898 - 54 + 3 = -5950 + 3 = -5947$

$x = 55 \rightarrow y = 55^2 - 3(55)^2 - 55 + 3 = 3025 - 8982 - 55 + 3 = -6067 - 55 + 3 = -6120 + 3 = -6117$

$x = 56 \rightarrow y = 56^2 - 3(56)^2 - 56 + 3 = 3136 - 9240 - 56 + 3 = -6236 - 56 + 3 = -6290 + 3 = -6287$

$x = 57 \rightarrow y = 57^2 - 3(57)^2 - 57 + 3 = 3249 - 9498 - 57 + 3 = -6405 - 57 + 3 = -6460 + 3 = -6457$

$x = 58 \rightarrow y = 58^2 - 3(58)^2 - 58 + 3 = 3364 - 9756 - 58 + 3 = -6574 - 58 + 3 = -6630 + 3 = -6627$

$x = 59 \rightarrow y = 59^2 - 3(59)^2 - 59 + 3 = 3481 - 10014 - 59 + 3 = -6743 - 59 + 3 = -6800 + 3 = -6797$

$x = 60 \rightarrow y = 60^2 - 3(60)^2 - 60 + 3 = 3600 - 10272 - 60 + 3 = -6912 - 60 + 3 = -6970 + 3 = -6967$

$x = 61 \rightarrow y = 61^2 - 3(61)^2 - 61 + 3 = 3721 - 10530 - 61 + 3 = -7081 - 61 + 3 = -7140 + 3 = -7137$

$x = 62 \rightarrow y = 62^2 - 3(62)^2 - 62 + 3 = 3844 - 10788 - 62 + 3 = -7250 - 62 + 3 = -7310 + 3 = -7307$

$x = 63 \rightarrow y = 63^2 - 3(63)^2 - 63 + 3 = 3969 - 11046 - 63 + 3 = -7419 - 63 + 3 = -7480 + 3 = -7477$

$x = 64 \rightarrow y = 64^2 - 3(64)^2 - 64 + 3 = 4096 - 11304 - 64 + 3 = -7588 - 64 + 3 = -7650 + 3 = -7647$

$x = 65 \rightarrow y = 65^2 - 3(65)^2 - 65 + 3 = 4225 - 11562 - 65 + 3 = -7757 - 65 + 3 = -7820 + 3 = -7817$

$x = 66 \rightarrow y = 66^2 - 3(66)^2 - 66 + 3 = 4356 - 11820 - 66 + 3 = -7926 - 66 + 3 = -7990 + 3 = -7987$

$x = 67 \rightarrow y = 67^2 - 3(67)^2 - 67 + 3 = 4489 - 12078 - 67 + 3 = -8095 - 67 + 3 = -8160 + 3 = -8157$

$x = 68 \rightarrow y = 68^2 - 3(68)^2 - 68 + 3 = 4624 - 12336 - 68 + 3 = -8264 - 68 + 3 = -8330 + 3 = -8327$

$x = 69 \rightarrow y = 69^2 - 3(69)^2 - 69 + 3 = 4761 - 12594 - 69 + 3 = -8433 - 69 + 3 = -8500 + 3 = -8497$

$x = 70 \rightarrow y = 70^2 - 3(70)^2 - 70 + 3 = 4900 - 12852 - 70 + 3 = -8602 - 70 + 3 = -8670 + 3 = -8667$

$x = 71 \rightarrow y = 71^2 - 3(71)^2 - 71 + 3 = 5041 - 13110 - 71 + 3 = -8771 - 71 + 3 = -8840 + 3 = -8837$

$x = 72 \rightarrow y = 72^2 - 3(72)^2 - 72 + 3 = 5184 - 13368 - 72 + 3 = -8940 - 72 + 3 = -9010 + 3 = -9007$

$x = 73 \rightarrow y = 73^2 - 3(73)^2 - 73 + 3 = 5329 - 13626 - 73 + 3 = -9109 - 73 + 3 = -9180 + 3 = -9177$

$x = 74 \rightarrow y = 74^2 - 3(74)^2 - 74 + 3 = 5476 - 13884 - 74 + 3 = -9278 - 74 + 3 = -9350 + 3 = -9347$

$x = 75 \rightarrow y = 75^2 - 3(75)^2 - 75 + 3 = 5625 - 14142 - 75 + 3 = -9447 - 75 + 3 = -9520 + 3 = -9517$

$x = 76 \rightarrow y = 76^2 - 3(76)^2 - 76 + 3 = 5776 - 14400 - 76 + 3 = -9616 - 76 + 3 = -9690 + 3 = -9687$

$x = 77 \rightarrow y = 77^2 - 3(77)^2 - 77 + 3 = 5929 - 14658 - 77 + 3 = -9785 - 77 + 3 = -9860 + 3 = -9857$

$x = 78 \rightarrow y = 78^2 - 3(78)^2 - 78 + 3 = 6084 - 14916 - 78 + 3 = -9954 - 78 + 3 = -10030 + 3 = -10027$

$x = 79 \rightarrow y = 79^2 - 3(79)^2 - 79 + 3 = 6241 - 15174 - 79 + 3 = -10123 - 79 + 3 = -10100 + 3 = -10097$

$x = 80 \rightarrow y = 80^2 - 3(80)^2 - 80 + 3 = 6400 - 15432 - 80 + 3 = -10292 - 80 + 3 = -10270 + 3 = -10267$

$x = 81 \rightarrow y = 81^2 - 3(81)^2 - 81 + 3 = 6561 - 15690 - 81 + 3 = -10461 - 81 + 3 = -10540 + 3 = -10537$

$x = 82 \rightarrow y = 82^2 - 3(82)^2 - 82 + 3 = 6724 - 15948 - 82 + 3 = -10630 - 82 + 3 = -10710 + 3 = -10707$

$x = 83 \rightarrow y = 83^2 - 3(83)^2 - 83 + 3 = 6889 - 16206 - 83 + 3 = -10799 - 83 + 3 = -10780 + 3 = -10777$

$x = 84 \rightarrow y = 84^2 - 3(84)^2 - 84 + 3 = 7056 - 16464 - 84 + 3 = -10968 - 84 + 3 = -10850 + 3 = -10847$

$x = 85 \rightarrow y = 85^2 - 3(85)^2 - 85 + 3 = 7225 - 16722 - 85 + 3 = -11137 - 85 + 3 = -11020 + 3 = -11017$

$x = 86 \rightarrow y = 86^2 - 3(86)^2 - 86 + 3 = 7396 - 16980 - 86 + 3 = -11306 - 86 + 3 = -11190 + 3 = -11187$

$x = 87 \rightarrow y = 87^2 - 3(87)^2 - 87 + 3 = 7569 - 17238 - 87 + 3 = -11475 - 87 + 3 = -11260 + 3 = -11257$

$x = 88 \rightarrow y = 88^2 - 3(88)^2 - 88 + 3 = 7744 - 17496 - 88 + 3 = -11644 - 88 + 3 = -11330 + 3 = -11327$

$x = 89 \rightarrow y = 89^2 - 3(89)^2 - 89 + 3 = 7921 - 17754 - 89 + 3 = -11813 - 89 + 3 = -11500 + 3 = -11497$

$x = 90 \rightarrow y = 90^2 - 3(90)^2 - 90 + 3 = 8100 - 18012 - 90 + 3 = -11982 - 90 + 3 = -11570 + 3 = -11567$

$x = 91 \rightarrow y = 91^2 - 3(91)^2 - 91 + 3 = 8281 - 18270 - 91 + 3 = -12151 - 91 + 3 = -11740 + 3 = -11737$

$x = 92 \rightarrow y = 92^2 - 3(92)^2 - 92 + 3 = 8464 - 18528 - 92 + 3 = -12320 - 92 + 3 = -11910 + 3 = -11907$

$x = 93 \rightarrow y = 93^2 - 3(93)^2 - 93 + 3 = 8649 - 18786 - 93 + 3 = -12489 - 93 + 3 = -12080 + 3 = -12077$

$x = 94 \rightarrow y = 94^2 - 3(94)^2 - 94 + 3 = 8836 - 19044 - 94 + 3 = -12658 - 94 + 3 = -12250 + 3 = -12247$

$x = 95 \rightarrow y = 95^2 - 3(95)^2 - 95 + 3 = 9025 - 19302 - 95 + 3 = -12827 - 95 + 3 = -12420 + 3 = -12417$

$x = 96 \rightarrow y = 96^2 - 3(96)^2 - 96 + 3 = 9216 - 19560 - 96 + 3 = -12996 - 96 + 3 = -12590 + 3 = -12587$

$x = 97 \rightarrow y = 97^2 - 3(97)^2 - 97 + 3 = 9409 - 19818 - 97 + 3 = -13165 - 97 + 3 = -12760 + 3 = -12757$

$x = 98 \rightarrow y = 98^2 - 3(98)^2 - 98 + 3 = 9604 - 20076 - 98 + 3 = -13334 - 98 + 3 = -12930 + 3 = -12927$

$x = 99 \rightarrow y = 99^2 - 3(99)^2 - 99 + 3 = 9801 - 20334 - 99 + 3 = -13503 - 99 + 3 = -13100 + 3 = -13097$

$x = 100 \rightarrow y = 100^2 - 3(100)^2 - 100 + 3 = 10000 - 20592 - 100 + 3 = -13672 - 100 + 3 = -13270 + 3 = -13267$

$x = 101 \rightarrow y = 101^2 - 3(101)^2 - 101 + 3 = 10201 - 20850 - 101 + 3 = -13841 - 101 + 3 = -13440 + 3 = -13437$

$x = 102 \rightarrow y = 102^2 - 3(102)^2 - 102 + 3 = 10404 - 21108 - 102 + 3 = -14010 - 102 + 3 = -13610 + 3 = -13607$

$x = 103 \rightarrow y = 103^2 - 3(103)^2 - 103 + 3 = 10609 - 21366 - 103 + 3 = -14179 - 103 + 3 = -13780 + 3 = -13777$

$x = 104 \rightarrow y = 104^2 - 3(104)^2 - 104 + 3 = 10816 - 21624 - 104 + 3 = -14348 - 104 + 3 = -13950 + 3 = -13947$

$x = 105 \rightarrow y = 105^2 - 3(105)^2 - 105 + 3 = 11025 - 21882 - 105 + 3 = -14517 - 105 + 3 = -14120 + 3 = -14117$

$x = 106 \rightarrow y = 106^2 - 3(106)^2 - 106 + 3 = 11236 - 22140 - 106 + 3 = -14686 - 106 + 3 = -14290 + 3 = -14287$

$x = 107 \rightarrow y = 107^2 - 3(107)^2 - 107 + 3 = 11449 - 22398 - 107 + 3 = -14855 - 107 + 3 = -14460 + 3 = -14457$

$x = 108 \rightarrow y = 108^2 - 3(108)^2 - 108 + 3 = 11664 - 22656 - 108 + 3 = -15024 - 108 + 3 = -14630 + 3 = -14627$

$x = 109 \rightarrow y = 109^2 - 3(109)^2 - 109 + 3 = 11881 - 22914 - 109 + 3 = -15193 - 109 + 3 = -14800 + 3 = -14797$

$x = 110 \rightarrow y = 110^2 - 3(110)^2 - 110 + 3 = 12100 - 23172 - 110 + 3 = -15362 - 110 + 3 = -14970 + 3 = -14967$

$x = 111 \rightarrow y = 111^2 - 3(111)^2 - 111 + 3 = 12321 - 23430 - 111 + 3 = -15531 - 111 + 3 = -15140 + 3 = -15137$

$x = 112 \rightarrow y = 112^2 - 3(112)^2 - 112 + 3 = 12544 - 23688 - 112 + 3 = -15700 - 112 + 3 = -15310 + 3 = -15307$

$x = 113 \rightarrow y = 113^2 - 3(113)^2 - 113 + 3 = 12769 - 23946 - 113 + 3 = -15869 - 113 + 3 = -15480 + 3 = -15477$

$x = 114 \rightarrow y = 114^2 - 3(114)^2 - 114 + 3 = 12996 - 24204 - 114 + 3 = -16038 - 114 + 3 = -15650 + 3 = -15647$

$x = 115 \rightarrow y = 115^2 - 3(115)^2 - 115 + 3 = 13225 - 24462 - 115 + 3 = -16207 - 115 + 3 = -15820 + 3 = -15817$

$x = 116 \rightarrow y = 116^2 - 3(116)^2 - 116 + 3 = 13456 - 24720 - 116 + 3 = -16376 - 116 + 3 = -15990 + 3 = -15987$

$x = 117 \rightarrow y = 117^2 - 3(117)^2 - 117 + 3 = 13689 - 24978 - 117 + 3 = -16545 - 117 + 3 = -16160 + 3 = -16157$

$x = 118 \rightarrow y = 118^2 - 3(118)^2 - 118 + 3 = 13924 - 25236 - 118 + 3 = -16714 - 118 + 3 = -16330 + 3 = -16327$

$x = 119 \rightarrow y = 119^2 - 3(119)^2 - 119 + 3 = 14161 - 25494 - 119 + 3 = -16883 - 119 + 3 = -16500 + 3 = -16497$

$x = 120 \rightarrow y = 120^2 - 3(120)^2 - 120 + 3 = 14400 - 25752 - 120 + 3 = -17052 - 120 + 3 = -16670 + 3 = -16667$

$x = 121 \rightarrow y = 121^2 - 3(121)^2 - 121 + 3 = 14641 - 26010 - 121 + 3 = -17221 - 121 + 3 = -16840 + 3 = -16837$

$x = 122 \rightarrow y = 122^2 - 3(122)^2 - 122 + 3 = 14884 - 26268 - 122 + 3 = -17390 - 122 + 3 = -17010 + 3 = -17007$

$x = 123 \rightarrow y = 123^2 - 3(123)^2 - 123 + 3 = 15129 - 26526 - 123 + 3 = -17559 - 123 + 3 = -17180 + 3 = -17177$

$x = 124 \rightarrow y = 124^2 - 3(124)^2 - 124 + 3 = 15376 - 26784 - 124 + 3 = -17728 - 124 + 3 = -17350 + 3 = -17347$

$x = 125 \rightarrow y = 125^2 - 3(125)^2 - 125 + 3 = 15625 - 27042 - 125 + 3 = -17897 - 125 + 3 = -17520 + 3 = -17517$

$x = 126 \rightarrow y = 126^2 - 3(126)^2 - 126 + 3 = 15876 - 27300 - 126 + 3 = -18066 - 126 + 3 = -17690 + 3 = -17687$

$x = 127 \rightarrow y = 127^2 - 3(127)^2 - 127 + 3 = 16129 - 27558 - 127 + 3 = -18235 - 127 + 3 = -17860 + 3 = -17857$

$x = 128 \rightarrow y = 128^2 - 3(128)^2 - 128 + 3 = 16384 - 27816 - 128 + 3 = -18404 - 128 + 3 = -18030 + 3 = -18027$

$x = 129 \rightarrow y = 129^2 - 3(129)^2 - 129 + 3 = 16641 - 28074 - 129 + 3 = -18573 - 129 + 3 = -18200 + 3 = -18197$

$x = 130 \rightarrow y = 130^2 - 3(130)^2 - 130 + 3 = 16900 - 28332 - 130 + 3 = -18742 - 130 + 3 = -18370 + 3 = -18367$

$x = 131 \rightarrow y = 131^2 - 3(131)^2 - 131 + 3 = 17161 - 28590 - 131 + 3 = -18911 - 131 + 3 = -18540 + 3 = -18537$

$x = 132 \rightarrow y = 132^2 - 3(132)^2 - 132 + 3 = 17424 - 28848 - 132 + 3 = -19080 - 132 + 3 = -18710 + 3 = -18707$

$x = 133 \rightarrow y = 133^2 - 3(133)^2 - 133 + 3 = 17689 - 29106 - 133 + 3 = -19249 - 133 + 3 = -18880 + 3 = -18877$

$x = 134 \rightarrow y = 134^2 - 3(134)^2 - 134 + 3 = 17956 - 29364 - 134 + 3 = -19418 - 134 + 3 = -19050 + 3 = -19047$

$x = 135 \rightarrow y = 135^2 - 3(135)^2 - 135 + 3 = 18225 - 29622 - 135 + 3 = -19587 - 135 + 3 = -19220 + 3 = -19217$

$x = 136 \rightarrow y = 136^2 - 3(136)^2 - 136 + 3 = 18496 - 29880 - 136 +$

sebagaimana tampak pada gambar 3. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam melakukan proses pemisalan dan substitusi, subjek ES mengalami kondisi disequilibrasi (Deq), sehingga melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaan sebelumnya dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi hubungan (Ako(Hub)).

Selanjutnya, subjek ES menggambar grafik. Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menggambar grafik fungsi tersebut, subjek ES melakukan secara langsung tanpa adanya keraguan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam dalam menggambar grafik fungsi, subjek ES melakukan proses asimilasi yaitu asimilasi hubungan (As(Hub)), sehingga memperoleh gambar grafik fungsi yang benar.

Selanjutnya, subjek ES mengarsir daerah pada grafik fungsi. Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam mengarsir daerah pada grafik fungsi tersebut, subjek ES mengawali dengan mengarsir daerah di atas sumbu x dengan interval $[-1,1]$ dan daerah di bawah sumbu x dengan interval $[1,3]$ secara langsung tanpa adanya keraguan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam mengarsir daerah pada grafik fungsi untuk daerah di atas sumbu x dan daerah di bawah sumbu x , subjek ES melakukannya menggunakan proses asimilasi yaitu asimilasi masalah (As(Mas)).

Selanjutnya, subjek ES menentukan bentuk integral untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menuliskan bentuk integral tersebut, subjek ES melakukannya secara langsung dan memperoleh bentuk integral yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah di atas sumbu x , subjek ES melakukannya menggunakan proses asimilasi yaitu asimilasi strategi (As(Stra)).

Selanjutnya, subjek ES melakukan penyelesaian untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam melakukan penyelesaian, subjek ES mengawali dengan menggunakan aturan pangkat kemudian dilanjutkan dengan menggunakan teorema dasar kalkulus, sehingga memperoleh jawaban penyelesaian yang benar yaitu 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di atas sumbu x subjek ES melakukannya menggunakan proses asimilasi yaitu asimilasi masalah (As(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek ES tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga subjek ES telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di atas sumbu x adalah 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek ES telah mengalami equilibrasi (Equ) untuk luas daerah arsiran di atas sumbu x .

Selanjutnya, subjek ES menentukan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x . Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa subjek ES secara langsung menuliskan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x dengan batas bawah 1 dan batas atas 2 tanpa adanya keraguan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x , subjek ES melakukannya menggunakan proses asimilasi, yaitu asimilasi strategi (As(Stra)).

Selanjutnya, subjek ES melakukan penyelesaian untuk daerah arsiran di bawah sumbu x . Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam melakukan penyelesaian, subjek ES mengawali dengan menggunakan aturan pangkat kemudian dilanjutkan dengan menggunakan teorema dasar kalkulus, sehingga memperoleh jawaban penyelesaian yang benar yaitu $\frac{7}{4}$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di bawah sumbu x subjek ES melakukannya menggunakan proses asimilasi yaitu asimilasi masalah (As(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek ES tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga subjek ES telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di bawah sumbu x adalah $\frac{7}{4}$. Dengan demikian

dapat dikatakan bahwa subjek ES telah mengalami equilibrasi (Equ) untuk luas daerah arsiran di bawah sumbu x .

Selanjutnya, subjek ES melakukan operasi hitung untuk memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran. Berdasarkan gambar 3 dan hasil analisis, diketahui bahwa subjek ES menggunakan pemisalan, yaitu LD_1 sebagai luas daerah di atas sumbu x , dan LD_2 untuk luas daerah di bawah sumbu x . Kemudian subjek ES mensubstitusi kedua luas yang ada ke dalam rumus yang telah dibentuk, dan dilanjutkan dengan melakukan proses operasi bilangan sehingga memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran yaitu $\frac{23}{4}$ atau $5\frac{3}{4}$. Dalam melakukan operasi penjumlahan tersebut, subjek ES melakukannya secara langsung tanpa adanya keraguan menggunakan asimilasi, yaitu asimilasi hubungan ($As(Hub)$). Setelah memperoleh hasil tersebut, kemudian subjek ES tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan terhadap jawabannya. Hal ini dikarenakan jawaban yang diperoleh telah sesuai (benar). Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek ES telah mengalami equilibrasi (Equ) dalam menyelesaikan masalah luas daerah di atas.

Berdasarkan penjelasan terjadinya proses berpikir oleh subjek ES di atas, diketahui bahwa subjek ES mampu mengenali hampir semua masalah yang dihadapi sehingga melakukan proses asimilasi, namun hanya terdapat 1 masalah yang belum dikenali oleh subjek ES secara sempurna, sehingga subjek ES mengalami disequilibrasi dan kemudian melakukan proses akomodasi.

Berdasarkan hasil penelitian tersebut di atas, diketahui bahwa subjek ES dalam menghitung luas daerah di atas telah mengenali hampir semua masalah yang dihadapi secara baik. Hal ini diketahui dari proses yang dilakukan oleh subjek ES hampir semua dilakukan melalui proses asimilasi, hanya saja ketika melakukan pemisalan subjek ES melakukan sedikit kekeliruan, namun subjek ES mampu melakukan refleksi langsung terhadap kekeliruannya tersebut dan mampu memperbaikinya, sehingga jawaban yang diperoleh untuk masalah luas daerah yang diberikan adalah jawaban yang benar. Selain itu, subjek ES dalam menghitung luas daerah menggunakan proses asimilasi maupun proses akomodasi. Subjek ES melakukan proses asimilasi dan akomodasi secara sempurna, baik ketika menggambar grafik fungsi maupun melakukan penyelesaian menggunakan integral, hal ini mengakibatkan jawaban yang diperoleh adalah benar. Proses asimilasi dan akomodasi yang dilakukan oleh subjek ES, akan berlangsung terus menerus sampai terjadinya keseimbangan (equilibrasi). Hal ini sejalan dengan pernyataan Subanji (2011: 16), bahwa proses asimilasi dan akomodasi berlangsung sampai terjadi kondisi equilibrasi. Selain itu, dalam menghitung luas daerah subjek ES juga mampu menghubungkan setiap proses penyelesaian menggunakan asimilasi dan akomodasi dengan baik, sehingga memperoleh jawaban yang benar. Ketika menggambar grafik fungsi subjek ES mampu menggunakan prosedur yang pernah dipelajari ketika berada di bangku sekolah maupun di bangku kuliah semester sebelumnya. Selanjutnya ketika melakukan proses penyelesaian integral tentu, subjek ES juga menggunakan definisi integral, aturan pangkat, teorema dasar kalkulus, serta sifat operasi bilangan. Hal-hal tersebut dapat dilakukan dikarenakan subjek memiliki pengalaman sebelumnya yang masih tersimpan dalam memori. Hal ini sesuai dengan pernyataan NCTM (2000: 64), bahwa ketika siswa dapat menghubungkan ide-ide matematika, pemahaman mereka lebih dalam dan lebih tahan lama. Selanjutnya, NCTM (2000: 64) juga mengungkapkan bahwa matematika bukan kumpulan materi atau standar yang terpisah, bahkan meskipun sering dipartisi dan disajikan dengan cara lain.

Terjadinya proses berpikir asimilasi dan akomodasi subjek NH dalam menghitung luas daerah

Terjadinya proses berpikir subjek NH dalam menghitung luas daerah, dapat diketahui dari jawaban hasil penyelesaian subjek NH sebagaimana gambar 4 berikut.

analisis, tampak bahwa subjek NH mampu memperbaiki letak daerah arsiran di atas sumbu x , namun daerah arsiran dan grafik fungsi yang dibentuk sebelumnya belum dilakukan perbaikan (mencoret/menghapus). Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menggambar grafik fungsi dan menentukan letak daerah arsiran di atas sumbu x , awalnya subjek NH melakukan proses asimilasi yaitu asimilasi hubungan (As(hub)) dan asimilasi masalah (As(Mas)), namun kedua asimilasi yang dilakukan tersebut belum sempurna dikarenakan masih terdapat kekeliruan, sedangkan untuk daerah arsiran di bawah sumbu x , subjek NH melakukan proses asimilasi masalah (As(Mas)). Setelah refleksi dilakukan, kemudian subjek mengalami disequilibrasi (Deq) dan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi hubungan (Ako(Hub)) dan akomodasi masalah (Ako(Mas)), namun akomodasi yang dilakukan belumlah sempurna dikarenakan grafik fungsi dan daerah arsiran di atas sumbu x yang terbentuk masih keliru.

Selanjutnya, subjek NH menentukan bentuk integral untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 4 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam menuliskan bentuk integral tersebut, subjek NH melakukannya secara langsung dan memperoleh bentuk integral yang benar. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah di atas sumbu x , subjek NH melakukannya menggunakan proses asimilasi yaitu asimilasi strategi (As(Stra)).

Selanjutnya, subjek NH melakukan penyelesaian untuk daerah arsiran di atas sumbu x . Berdasarkan gambar 4 dan hasil analisis, diketahui bahwa adanya kekeliruan sebagaimana diberi angka dengan warna merah. Setelah memperoleh hasil tersebut, kemudian subjek NH melakukan refleksi langsung, sehingga menyadari bahwa adanya kekeliruan pada hasil operasi bilangan tersebut di atas dan melakukan perbaikan terhadap hasil pekerjaannya tersebut sebagaimana tampak pada gambar 4. Berdasarkan penjelasan di atas, dalam melakukan penyelesaian, subjek NH mengawali dengan menggunakan aturan pangkat kemudian dilanjutkan dengan menggunakan teorema dasar kalkulus, sehingga memperoleh jawaban penyelesaian adalah $6\frac{2}{4}$, namun jawaban tersebut keliru. Setelah hasil tersebut diperoleh, kemudian subjek NH melakukan refleksi dan menyadari bahwa adanya kekeliruan yang dilakukan ketika melakukan operasi bilangan. Selanjutnya subjek NH melakukan operasi bilangan ulang terhadap penyelesaian yang dilakukan sebelumnya sehingga memperoleh jawaban penyelesaian yang benar yaitu 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di atas sumbu x subjek NH mengalami kondisi disequilibrasi (Deq), sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek NH tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga subjek NH telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di atas sumbu x adalah 4. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek NH telah mengalami equilibrasi (Equ) untuk luas daerah arsiran di atas sumbu x .

Selanjutnya, subjek NH menentukan bentuk umum integral untuk daerah arsiran di bawah. Berdasarkan gambar 4 dan hasil analisis, diketahui bahwa subjek NH secara langsung menuliskan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x dengan batas bawah 1 dan batas atas 2 tanpa adanya keraguan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam menuliskan bentuk integral untuk daerah arsiran di bawah sumbu x , subjek NH melakukannya menggunakan proses asimilasi, yaitu asimilasi strategi (As(Stra)).

Selanjutnya, subjek NH melakukan penyelesaian untuk daerah arsiran di bawah sumbu x . Berdasarkan gambar 4 dan hasil analisis, diketahui bahwa dalam melakukan penyelesaian terhadap daerah arsiran di bawah sumbu x terdapat kekeliruan, namun subjek NH melakukan refleksi langsung, sehingga menyadari bahwa adanya kekeliruan pada hasil substitusi bilangan dan melakukan perbaikan sebagaimana tampak pada gambar 4. Berdasarkan penjelasan di atas, dalam melakukan penyelesaian,

subjek NH mengawali dengan menggunakan aturan pangkat kemudian dilanjutkan dengan menggunakan teorema dasar kalkulus, sehingga memperoleh jawaban yang benar untuk daerah arsiran di bawah sumbu x adalah $\frac{7}{4}$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam proses penyelesaian daerah di atas sumbu x subjek NH mengalami kondisi disequilibrium (Deq), sehingga melakukan perbaikan dengan melakukan proses akomodasi yaitu akomodasi masalah (Ako(Mas)).

Setelah memperoleh hasil dari penyelesaian masalah tersebut, subjek NH tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan, dikarenakan jawaban yang dihasilkan telah sesuai (benar), sehingga subjek NH telah memperoleh luas untuk daerah arsiran di bawah sumbu x adalah $\frac{7}{4}$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek NH telah mengalami equilibrium (Equ) untuk luas daerah arsiran di bawah sumbu x .

Selanjutnya, subjek NH melakukan operasi hitung, untuk memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran. Berdasarkan gambar 4 dan hasil analisis, diketahui bahwa subjek NH melakukan pemisalan, yaitu sebagai luas keseluruhan, LD_1 sebagai luas daerah di atas sumbu x , dan LD_2 untuk luas daerah di bawah sumbu x . Kemudian subjek NH mensubstitusikan kedua luas yang ada ke dalam rumus yang telah dibentuk, dan dilanjutkan dengan melakukan proses operasi bilangan sehingga memperoleh luas keseluruhan daerah arsiran yaitu $\frac{23}{4}$ atau $5\frac{3}{4}$. Dalam melakukan operasi penjumlahan tersebut, subjek NH melakukannya secara langsung tanpa adanya keraguan menggunakan asimilasi, yaitu asimilasi hubungan (As(Hub)). Setelah memperoleh hasil tersebut, kemudian subjek NH tidak lagi melakukan refleksi maupun perbaikan terhadap jawabannya. Hal ini dikarenakan jawaban yang diperoleh telah sesuai (benar). Dengan demikian dapat dikatakan bahwa subjek NH telah mengalami equilibrium (Equ) dalam menyelesaikan masalah luas daerah di atas, namun gambar yang terbentuk belum sempurna.

Berdasarkan penjelasan terjadinya proses berpikir oleh subjek NH di atas, diketahui bahwa subjek NH mampu sebagian masalah yang dihadapi sehingga melakukan proses asimilasi, dan sebagian masalah lainnya belum mampu dikenali sehingga melakukan proses akomodasi. Selain itu, subjek NH juga belum mampu mengaplikasikan hasil pemisalan dalam menggambar grafik fungsi dengan benar.

Berdasarkan penjelasan hasil penelitian tersebut di atas, diketahui bahwa Subjek NH dalam menghitung luas daerah di atas, sebagian masalah telah dikenal dan juga sebagian masalah lainnya belum dikenal. Hal ini diketahui dari proses yang dilakukan oleh subjek NH, sebagian dilakukan melalui proses asimilasi dan sebagian juga dilakukan dengan proses akomodasi. Ketika melakukan akomodasi terhadap gambar grafik fungsi, subjek NH mengalami ketidaksempurnaan, hal ini mengakibatkan jawaban gambar yang terbentuk belum sempurna. Selain itu, dalam menghitung masalah luas daerah subjek NH juga menggunakan proses asimilasi dan akomodasi. Subjek NH ketika menggambar grafik mengalami ketidaksempurnaan proses akomodasi, sehingga grafik yang dibentuk belumlah sesuai (salah). Ketidaksempurnaan proses yang dilakukan oleh subjek NH dimungkinkan terjadi, hal ini dikarenakan asimilasi dan akomodasi merupakan sebuah proses, sehingga ketidaksempurnaan dapat terjadi. Hal ini sejalan dengan pernyataan Subanji (2011: 16), bahwa asimilasi dan akomodasi merupakan sebuah proses, karena itu dimungkinkan adanya ketidaksempurnaan. Selain itu, dalam menghitung luas daerah tersebut, subjek NH juga mampu menghubungkan setiap proses penyelesaian menggunakan asimilasi dan akomodasi dengan baik, sehingga memperoleh jawaban yang benar. Ketika menggambar grafik fungsi subjek NH mampu menggunakan prosedur yang pernah dipelajari ketika berada di bangku sekolah maupun ketika berada di bangku kuliah semester I. Selanjutnya ketika melakukan proses penyelesaian

integral tentu, subjek NH juga menggunakan definisi integral, aturan pangkat, teorema dasar kalkulus, serta sifat operasi bilangan. Hal-hal tersebut dapat dilakukan dikarenakan ketiga subjek memiliki pengalaman sebelumnya yang masih tersimpan dalam memori. Hal ini sesuai dengan pernyataan NCTM (2000: 64), bahwa ketika siswa dapat menghubungkan ide-ide matematika, pemahaman mereka lebih dalam dan lebih tahan lama. Selanjutnya, NCTM (2000: 64) juga mengungkapkan bahwa matematika bukan kumpulan materi atau standar yang terpisah, bahkan meskipun sering dipartisi dan disajikan dengan cara lain.

KESIMPULAN

Adapun simpulan penelitian ini adalah sebagai berikut, subjek FL dalam menghitung luas daerah, telah mengenali sebagian masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi. Dan masalah lainnya belum dikenali dengan baik sehingga subjek FL melakukan akomodasi, yaitu akomodasi masalah, akomodasi hubungan, dan akomodasi strategi, dan akomodasi yang dilakukan secara sempurna, sehingga subjek FL dalam menyelesaikan masalah luas daerah memperoleh jawaban yang sesuai (benar). Subjek ES dalam menghitung luas daerah, telah mengenali hampir semua masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi. Namun subjek ES sempat melakukan proses akomodasi, yaitu akomodasi hubungan ketika melakukan pemisalan, namun akomodasi yang dilakukan secara sempurna, sehingga subjek ES dalam menyelesaikan masalah luas daerah memperoleh jawaban benar. Subjek NH dalam menghitung luas daerah, telah mengenali sebagian masalah yang diberikan sehingga secara langsung melakukan proses asimilasi, yaitu asimilasi masalah, asimilasi hubungan, dan asimilasi strategi. Dan masalah lainnya belum dikenali dengan baik sehingga subjek FL melakukan akomodasi, yaitu akomodasi masalah, akomodasi hubungan, dan akomodasi strategi, namun akomodasi hubungan ketika menggambar grafik fungsi belum sempurna, sehingga subjek NH memperoleh grafik fungsi yang keliru (salah). Dan proses berpikir subjek FL, subjek ES, dan subjek NH dalam menghitung luas daerah memiliki alur dan cara yang sama.

DAFTAR PUSTAKA

- Diana, R. F. dkk. (2017). Proses Koneksi Matematis Siswa Bergaya Kognitif Reflektif Dalam Menyelesaikan Masalah Aljabar Berdasarkan Taksonomi Solo. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 1 (April), 52–63. Malang: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang.
- NCTM. (2000). *Principles and Standars For School Mathematics*.
- Mursalin, E. (2022). Pemanfaatan Aplikasi Az Screen Recorder Untuk Mendukung Pembelajaran Daring. *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat (PEKAMAS)*, 1(2), 70–78.
- Retna, M. dkk. (2013). Proses Berpikir Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau Berdasarkan Kemampuan Matematika (The Student Thinking Process In Solving Math Story Problem). *Jurnal Pendidikan Matematika*, 1 (2), 71–82. Sidoarjo: STKIP PGRI Sidoarjo.
- Semiawan, Conny R. (2017). Strategi Pengembangan Otak Dari Revolusi Biologi ke Revolusi

- Mental. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Subanji. (2011). *Teori Berpikir Pseudo Penalaran Kovariasional*, Malang: Universitas Negeri Malang.
- Sugiyono. (2018). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Supriadi, D. dkk. (2015). Analisis Proses Berpikir Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah Polya Ditinjau Dari Kecerdasan Emosional Siswa Kelas VIII SMP Al Azhar Syifa Budi Tahun Pelajaran 2013/2014. *Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika*, 3 (2), 204–214. Surakarta: Program Pascasarjana Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sebelas Maret Surakarta.
- Widyastuti, R. dkk. (2013). Proses Berpikir Siswa SMP Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah- Langkah Polya Ditinjau Dari Adversity Quotient. *Jurnal Pembelajaran Matematika*, 1 (3), 239–249. Surakarta: Program
- Yani, M. dkk. (2016). Proses Berpikir Siswa Sekolah Menengah Pertama Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Langkah-Langkah Polya Ditinjau Dari Adversity Quotient. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 10 (1), 42–58. Palembang: Program Pascasarjana Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Pendidikan Universitas Sriwijaya Palembang.